

---

**МІКРОЕЛЕКТРОННА ТА НАНОЕЛЕКТРОННА ТЕХНІКА**

---

УДК 621.3.049

**ІМПЕДАНСНА МОДЕЛЬ ДЛЯ НАНОЕЛЕКТРОННИХ СТРУКТУР***Ахмедов Р.С., Нелін Є.А.*

*Розглянуто використання імпедансної моделі для моделювання наноелектронних квантово-механічних структур. Приведено характеристики, що ілюструють ефективність такого підходу.*

**Вступ. Постановка задачі**

До просторово-періодичних структур з квантовими розмірами (період сумірний з довжиною хвилі електрона) відносять природні структури — кристалічні ґрати твердих тіл, а також штучні — напівпровідникові надґрати (НГ). Кристалічні ґрати утворені періодично розташованими в їх вузлах атомами або молекулами. НГ — періодично-шаруваті структури, які складаються з шарів напівпровідників завтовшки 10...100 нм і відмінною шириною забороненої зони. Ці структури становлять основу наноелектронних напівпровідникових пристроїв обробки сигналів [1].

Особливості проектування наноелектронних пристроїв пов'язані з аналізом і синтезом НГ з складним потенціалом і заданими характеристиками. Традиційно для моделювання квантово-механічних структур використовують матричну модель зшиванням рішень в середовищах з різними властивостями. В [2] введено поняття імпедансу для квантово-механічної хвилі. Ця модель вносить важливий фізичний зміст, має значну спільність, як заснована на імпедансі, дозволяє скористатись апаратом теорії ліній передачі й спростити моделювання. Незважаючи на явні переваги, такий підхід до вирішення квантово-механічних задач не одержав поширення.

У даній роботі імпедансна модель використана для моделювання типових двобар'єрних структур, у яких спостерігається резонансне тунелювання електронів (РТЕ). РТЕ лежить в основі функціонування наноелектронних пристроїв обробки сигналів.

**Особливості конструкцій та характеристик надґрат**

НГ — періодичні багат шарові структури, в яких періодичний потенціал кристалічних ґрат додатково просторово модульований потенціалом цієї структури. Ширина потенціальних бар'єрів НГ — тунельна, що забезпечує свободу руху електронів по нормалі до шарів. У НГ типу квантових проводів рух електронів обмежений у двох напрямках і вільний у третьому. У НГ типу квантових точок досягається тривимірна локалізація носіїв струму. Найбільш широке використання має НГ на основі шарів  $GaAs$  і  $Al_xGa_{1-x}As$ . Ширина забороненої зони  $AlGaAs$  збільшується зі збільшенням  $x$ . Потенціал такої НГ сформований за рахунок різниці у ширині заборонених зон її шарів: вузькозонні шари  $GaAs$  розміщені між широкозонними  $AlGaAs$  з утворенням прямокутних квантових ям для електронів і дірок.

Штучна періодичність НГ радикально змінює електронні властивості напівпровідника. Внаслідок тунелювання електронів крізь періодичні потенціальні бар'єри, утворені шарами  $AlGaAs$ , зонна діаграма однорідного напівпровідника розщеплюється на міні-зони. Положення і ширина міні-зон залежать від співвідношення товщин напівпровідникових шарів.

За рахунок сумірності періода НГ і довжини електронної хвилі електрони виявляють хвильові властивості (мають місце квантові розмірні ефекти). У поодинокій потенціальній ямі електрон може знаходитися лише на одному з власних рівнів ями, які відповідають резонансу електронної хвилі (як і електромагнітної в резонаторі). У двобар'єрній структурі власні рівні потенціальної ями, розміщеної між бар'єрами, відповідають РТЕ, при якому коефіцієнт проходження дорівнює одиниці. Цей ефект є базовим для формування міні-зон. Він пояснюється компенсацією хвильових неоднорідностей на границях середовищ з різними властивостями полем стоячої хвилі. Таким чином, падаюча хвиля проходить ці межі як однорідне середовище.

### Імпедансна модель для квантово-механічних структур

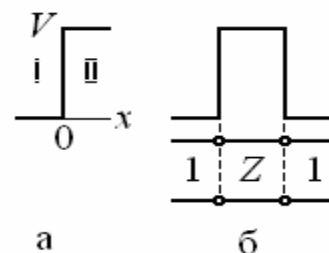
Для визначення квантово-механічного імпедансу розглянемо проходження електроном границі між середовищами I і II з різними потенціалами. Розташуємо границю між середовищами з потенціальною сходинкою заввишки  $V$  в точці  $x=0$  (рис. 1а). У середовищі I хвильова функція визначається виразом

$$\psi = \exp(ikx) + r\exp(-ikx), \quad (1)$$

де  $k = \sqrt{2mE}/\hbar$ ,  $m$  — ефективна маса електрона,  $E$  — енергія електрона;  $r$  — коефіцієнт відбиття. Перший доданок в (1) відповідає падаючій хвилі, другий — відбитій. Згідно [2]  $r = (1-\rho)/(1+\rho)$ , де  $\rho = \sqrt{m_I(E-V)/m_{II}E}$ ,  $m_I$  і  $m_{II}$  — ефективні маси електрона відповідно в середовищах I і II.

Рис.1.

Потенціальна сходинка (а) та симетричний потенціальний бар'єр і лінія передачі для його моделювання (б): 1 і  $Z$  — нормовані імпеданси зовнішнього середовища і бар'єра.



Вираз (1) аналогічний формулі для струму в лінії передачі з розподіленими параметрами (довгій лінії). При цьому  $\rho = Z_n/Z$ , де  $Z_n$  — імпеданс навантаження;  $Z$  — хвильовий імпеданс лінії. З порівняння виразів для коефіцієнта відбиття у випадку квантово-механічної і електромагнітної хвиль витікає, що квантово-механічний імпеданс  $Z \sim \sqrt{(E-V)/m}$ . Абсолютне значення квантово-механічного імпедансу визначається з рівності густини потоку імовірності в квантово-механічному середовищі і середньої потуж-

ності в еквівалентній лінії передачі:  $Z=2\sqrt{2(E-V)/m}$ .

В рамках імпедансної моделі аналіз квантово-механічної структури зводиться до аналізу неоднорідної лінії передачі. Оскільки характеристики відбиття і проходження залежать не від абсолютних значень імпедансу середовищ, а від їх відношення, використання нормованого імпедансу дозволяє спростити моделювання.

Аналіз неоднорідної лінії передачі виконується послідовним розрахунком нормованого вхідного опору, починаючи з крайнього правого відрізка. Нормований вхідний опір  $i$ -го відрізка визначається формулою

$$Z_{\text{вх}i} = Z_i \frac{Z_{\text{вх}i-1} - Z_i \text{th}(ik_i l_i)}{Z_i - Z_{\text{вх}i-1} \text{th}(ik_i l_i)}, \quad (2)$$

де  $Z_i = \sqrt{m(E-V_i)m_i E}$ ;  $m$  — ефективна маса електрона в зовнішньому середовищі;  $Z_{\text{вх}i-1}$  — вхідний опір  $i-1$  відрізка;  $k_i = \sqrt{2m_i(E-V_i)}/\hbar$ ;  $l_i$  — довжина відрізка. Індекс  $i$  відноситься до параметрів  $i$ -го відрізка.

Коефіцієнт відбиття від структури визначається як

$$R = \frac{1 - Z_{\text{вх}}}{1 + Z_{\text{вх}}}, \quad (3)$$

де  $Z_{\text{вх}}$  — вхідний опір еквівалентної лінії передачі. Модуль коефіцієнта проходження дорівнює

$$T = \sqrt{1 - |R|^2}. \quad (4)$$

Вирази (2) — (4) лежать в основі моделювання НГ. Програму моделювання розроблено в середовищі *MathCAD*.

### Моделювання двобар'єрних структур

На рис. 2 зображено базову для наноелектроніки симетричну двобар'єрну структуру з прямокутною потенціальною ямою.

Ефективна маса електрона дорівнює  $(0,067+0,083x)m_0$ , де  $m_0$  — маса спокою електрона. Значення  $V$  і  $x$  пов'язані співвідношеннями [3]:

$$V = \begin{cases} 0,75 x, & x < 0,45 ; \\ 0,75 x + 0,69 (x - 0,45)^2, & x > 0,45 . \end{cases}$$

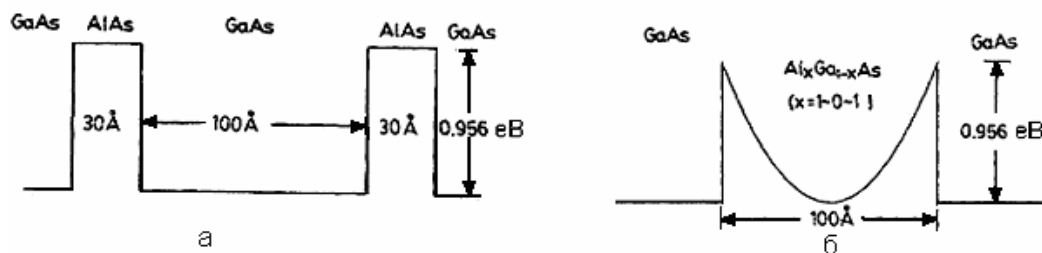


Рис. 2. Двобар'єрні структури з прямокутною (а) і з параболічною (б) ямою

Еквівалентна неоднорідна лінія передачі для двобар'єрної структури з прямокутною потенціальною ямою складається з трьох відрізків. На рис. 3 крива 1 відповідає характеристиці коефіцієнта проходження такої структури, розрахованої згідно імпедансної моделі. Характеристика співпадає з приведеною в [3], розрахованою матричним методом. Структура має п'ять власних значень енергії, кожне з яких відповідає РТЕ.

Для моделювання параболічної ями в двобар'єрній структурі, зображеній на рис. 2б, використовується кусочно-лінійна апроксимація. Кількість відрізків — 20. Крива 2 на рис. 3 відповідає розрахованій характеристиці коефіцієнта проходження двобар'єрної структури з такою ямою. Характеристика співпадає з приведеною в [3], розрахованою матричним методом. Структура має чотири власних значення енергії, при яких відбувається РТЕ.

### Висновки

Імпедансна модель дозволяє виконати аналіз квантово-механічних структур з складною залежністю потенціалу. У порівнянні з матричною моделлю значно зменшується обсяг розрахункових програм - відпадає необхідність роздільно розглядати тунелювання і надбар'єрне проходження електронів. Цей метод дає такі ж результати, як і традиційно використовувана матрична модель, що дозволяє виконати тестові перевірки моделювання. Імпедансна модель може бути використана для проектування наноелектронних структур з залежностями потенціалу, який необхідний для досягнення заданих характеристик пристроїв.

### Література

1. Нелин Е.А. Нанoeлектронные устройства на основе сверхрешеток // Вестник Киевского политехнического института (радиотехника). 1993. Вип.30. С. 3—15.
2. Khondker A. N., Khan M. R., Anwar A. F. M. Transmission line analogy of resonance tunneling phenomena: The generalized impedance concept // J.Appl.Phys. 1988. V.63, N. 10. P. 5191—5193.
3. Ando Y., Itoh T. Calculation of transmission tunneling current across arbitrary potential barriers // J.Appl.Phys. 1987. V. 61, N 4. P. 1497—1502.

Ахмедов Р.С., Нелин Е.А.

#### Импедансная модель для нанoeлектронных структур

Рассмотрено использование импедансной модели для моделирования нанoeлектронных квантово-механических структур. Иллюстрируется эффективность такого подхода.

Akhmedov R.S., Nelin E.A.

#### Impedance model for nanostructures

The application of the impedance model for nanoelectronic quantum-mechanical structures modelling is described. Characteristics illustrating the efficiency of the model are presented.

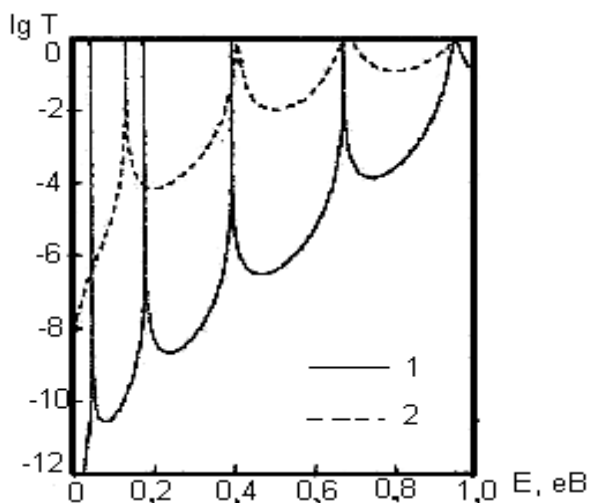


Рис.3. Залежності коефіцієнта проходження двобар'єрних структур  
1 - з прямокутною ямою;  
2 - з параболічною ямою.